


Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования

**«Пермский национальный исследовательский  
политехнический университет»**

**УТВЕРЖДАЮ**

Руководитель программы аспирантуры

  
Н.М. Труфанова  
д.т.н., профессор, зав кафедры КТЭ

«19» «05» 2022 г.

**Рабочая программа дисциплины  
«Численные методы в механике жидкости»  
по программе аспирантуры  
«Технологическая механика полимерных жидкостей»**

<b>Научная специальность</b>	1.1.9. Механика жидкости, газа и плазмы
<b>Направленность (профиль) программы аспирантуры</b>	Технологическая механика полимерных жидкостей
<b>Выпускающая(ие) кафедра(ы)</b>	Конструирование и технологии в электротехнике (КТЭ)
<b>Форма обучения</b>	Очная
<b>Курс: 2</b>	<b>Семестр (ы): 3</b>
<b>Виды контроля с указанием семестра:</b>	
Экзамен:	Зачет: 3
	Диф.зачет

Пермь 2022

## **1. Общие положения**

Рабочая программа дисциплины «Численные методы в механике жидкости» разработана на основании следующих нормативных документов:

- Приказ Минобрнауки России от 20.10.2021 N 951 "Об утверждении федеральных государственных требований к структуре программ подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (адъюнктуре), условиям их реализации, срокам освоения этих программ с учетом различных форм обучения, образовательных технологий и особенностей отдельных категорий аспирантов (адъюнктов)".
- Постановление Правительства РФ от 30.11.2021 N 2122 "Об утверждении Положения о подготовке научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (адъюнктуре)".
- Самостоятельно устанавливаемые требования к реализуемым программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре Пермского национального исследовательского политехнического университета.
- Базовый план по программе аспирантуры.
- Паспорт научной специальности.

**1.1 Цель учебной дисциплины** – формирование комплекса знаний, умений и навыков в области реологии полимеров.

### **1.2 Место учебной дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Численные методы в механике жидкости» является обязательной дисциплиной образовательного компонента плана аспиранта.

## **2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

В результате изучения дисциплины аспирант должен демонстрировать следующие результаты:

### **Знать:**

- теоретические основы численных методов решения дифференциальных уравнений;
- методы дискретизации задачи;
- методы решения систем алгебраических уравнений.

### **Уметь:**

- формулировать проблемы исследования;
- осуществлять постановку задачи;
- использовать эффективные методы решения;
- исследовать качественные характеристики сеточной задачи (обусловленность, устойчивость, сходимость, точность аппроксимации);
- анализировать обобщать и интерпретировать полученные результаты.

### **Владеть:**

- навыками решения краевых задач с использованием численных методов;
- навыками формулировать дискретный аналог краевой задачи;
- навыками решения систем алгебраических уравнений;
- навыками реализации численных методов на ЭВМ.

### 3. Структура учебной дисциплины по видам и формам учебной работы

Таблица 1

#### Объем и виды учебной работы

№ п.п.	Вид учебной работы	Трудоемкость, ч
		3 семестр
1	Аудиторная работа	39
	В том числе:	
	Лекции (Л)	-
	Практические занятия (ПЗ)	32
2	Контроль самостоятельной работы (КСР)	7
	Самостоятельная работа (СР)	69
	Итоговая аттестация по дисциплине: Кандидатский экзамен	-
	Форма итогового контроля:	Зачет

#### 4. Содержание учебной дисциплины

##### 4.1. Содержание разделов и тем учебной дисциплины

###### Раздел 1. Метод конечных разностей

(ПЗ –16 , СР –36 )

**Тема 1. Численное дифференцирование.** Основные понятия. Сетки и сеточные функции. Сетки на отрезке, на плоскости, пространственно-временные сетки. Аппроксимация дифференциальных операторов. Порядок аппроксимации. Геометрическая интерпретация аппроксимаций.

**Тема 2. Разностные схемы.** Понятие разностной схемы. Методы построения разностных схем. Требования, предъявляемые к разностным схемам. Метод интегральных тождеств. Интегро-интерполяционный метод. Вариационно-разностный метод. Консервативные разностные схемы. Явные и неявные разностные схемы. Устойчивость и сходимости разностной схемы. Экономичные схемы. Метод переменных направлений.

**Тема 3. Методы решения систем сеточных уравнений.** Системы линейных алгебраических уравнений. Разрешимость систем уравнений. Прямые методы. Метод Гаусса. Метод прогонки. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод простой итерации. Метод Гаусса-Зейделя. Сравнение методов.

###### Раздел 2. Метод конечных элементов

(ПЗ – 16 , СР –36 )

**Тема 4. Построение метода конечных элементов методом взвешенных невязок.** Конечно-элементная аппроксимация. Понятие конечного элемента. Локально определенные базисные функции. Конечно-элементная аппроксимация решений систем дифференциальных уравнений (на примере плоской задачи теплопроводности). Линейный тетраэдр. Полуаналитический МКЭ. Анализ составных конструкций методами суперэлементов и декомпозиции.

**Тема 5. Вариационные методы построения конечно-элементных соотношений.** Вариационные принципы, вариационная формулировка задачи теплопроводности. Вариационный метод построения конечно-элементных соотношений. Конструирование естественных вариационных принципов, задача стационарной теплопроводности. Метод Ритца. Множители Лагранжа. Штрафные функции. Метод наименьших квадратов.

**Тема 6. Решение задач теплопереноса.** Сходимость МКЭ. Решение МКЭ краевых задач теплопроводности и механики вязкой жидкости. МКЭ в динамических

задачах. Матричное уравнение движения. Матрица масс. Конечно-разностное интегрирование уравнений движения. Комбинированные методы. Не стационарная задача теплопроводности. Решение МКЭ краевых задач механики жидкости в пакете прикладных программ ANSYS. Не стационарные задачи тепломассопереноса вязкой жидкости.

#### 4.2. Перечень тем практических занятий

Таблица 2

Темы практических занятий (из пункта 4.1)

№ п.п.	Номер темы дисциплины	Наименование темы практического занятия	Наименование оценочного средства	Представление оценочного средства
1	1	Основные понятия. Сетки и сеточные функции. Сетки на отрезке, на плоскости, пространственно-временные сетки.	Собеседование.	Вопросы по темам / разделам дисциплины.
2	2	Понятие разностной схемы. Методы построения разностных схем. Требования, предъявляемые к разностным схемам. Метод интегральных тождеств. Интегро-интерполяционный метод. Вариационно-разностный метод.	Собеседование.	Вопросы по темам / разделам дисциплины.
3	3	Системы линейных алгебраических уравнений. Разрешимость систем уравнений. Прямые методы. Метод Гаусса.	Собеседование. Творческое задание.	Вопросы по темам / разделам дисциплины. Темы творческих заданий.
4	4	Конечно-элементная аппроксимация. Понятие конечного элемента. Локально определенные базисные функции. Конечно-элементная аппроксимация решений систем дифференциальных уравнений (на примере плоской задачи теплопроводности).	Собеседование.	Вопросы по темам / разделам дисциплины.
5	5	Вариационные принципы, вариационная формулировка задачи теплопроводности. Вариационный метод построения конечно-элементных соотношений.	Собеседование.	Вопросы по темам / разделам дисциплины.
6	6	Сходимость МКЭ. Решение МКЭ краевых задач теплопроводности и механики вязкой жидкости. Не стационарная задача теплопроводности.	Собеседование. Творческое задание.	Вопросы по темам / разделам дисциплины. Темы творческих заданий.

#### 4.3. Перечень тем для самостоятельной работы аспирантов

Самостоятельная работа аспирантов заключается в теоретическом изучении конкретных вопросов и выполнении творческих заданий.

Таблица 3

Темы самостоятельных заданий

№ п.п.	Номер темы дисциплины	Наименование темы самостоятельной работы	Наименование оценочного средства	Представление оценочного средства
1	1	Аппроксимация дифференциальных операторов. Порядок аппроксимации. Геометрическая интерпретация аппроксимаций.	Собеседование.	Вопросы по темам / разделам дисциплины.
2	2	Консервативные разностные схемы. Явные и неявные разностные схемы. Устойчивость и сходимость разностной схемы. Экономичные схемы. Метод переменных направлений.	Собеседование.	Вопросы по темам / разделам дисциплины.
3	3	Метод прогонки. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод простой итерации. Метод Гаусса-Зейделя. Сравнение методов.	Собеседование. Творческое задание.	Вопросы по темам / разделам дисциплины. Темы творческих заданий
4	4	Линейный тетраэдр. Полуаналитический МКЭ. Анализ составных конструкций методами суперэлементов и декомпозиции.	Собеседование.	Вопросы по темам / разделам дисциплины.
5	5	Конструирование естественных вариационных принципов, задача стационарной теплопроводности. Метод Ритца. Множители Лагранжа. Штрафные функции. Метод наименьших квадратов.	Собеседование.	Вопросы по темам / разделам дисциплины.
6	6	Матричное уравнение движения. Матрица масс. Конечно-разностное интегрирование уравнений движения. Комбинированные методы. Решение МКЭ краевых задач механики жидкости в пакете прикладных программ ANSYS. Не стационарные задачи тепломассопереноса вязкой жидкости.	Собеседование. Творческое задание.	Вопросы по темам / разделам дисциплины. Темы творческих заданий

## 5. Методические указания для аспирантов по изучению дисциплины

При изучении дисциплины «Численные методы в механике жидкости» аспирантам целесообразно выполнять следующие рекомендации:

1. Изучение учебной дисциплины должно вестись систематически.
2. После изучения какого-либо раздела по учебнику или конспектным материалам рекомендуется по памяти воспроизвести основные термины, определения, понятия раздела.
3. Вся тематика вопросов, изучаемых самостоятельно, задается преподавателем. Им же даются источники (в первую очередь вновь изданные в периодической научной литературе) для более детального понимания вопросов, озвученных на лекции.

## 6. Перечень учебно-методического, библиотечно-справочного и информационного, информационно-справочного обеспечения для работы аспиранта по дисциплине

### 6.1. Библиотечные фонды и библиотечно-справочные системы

№	Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)	Количество экземпляров в библиотеке+кафедре; местонахождение электронных изданий
1	2	3
<b>1 Основная литература</b>		
1	<i>И. Ю. Зубко, Н. Д. Няшина. Математическое моделирование: дискретные подходы и численные методы : учебное пособие для вузов ;— Пермь : Изд-во ПНИПУ, 2012 .— 364 с.</i>	5+Электронная библиотека ПНИПУ
2	<i>Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. Пер. с англ. - М.: Мир. - 1986. - 318 с.</i>	12
3	<i>Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. - М.: Мир. - 1979. - 392 с.</i>	11
4	<i>Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. – М.: Наука, 1978. – 592 с.</i>	8
5	<i>Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. – М.: Стройиздат, 1982. – 448 с.</i>	2
6	<i>Самарский А.А. Теория разностных схем : учебное пособие для вузов / А. А. Самарский .— 3-е изд., испр .— М. : Наука, 1989 .— 616 с.</i>	9
7	<i>Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 541 с.</i>	2
<b>2 Дополнительная литература</b>		
<b>2.1 Учебные и научные издания</b>		
1	<i>Турчак Л. И. Основы численных методов: Учеб. Пособие. – М.: Наука. Гл. ред. физ. мат. лит., 1987. – 320 с.</i>	4
2	<i>Копченова Н.В. Вычислительная математика в примерах и задачах. СПб., 2009. – 368 с.</i>	24
3	<i>Демидович Б.П. Марон И.А. Основы вычислительной математики. СПб., 2007. – 672 с.</i>	85
4	<i>Рациков, В.И. Численные методы решения физических задач. СПб., 2005. – 208 с.</i>	44

№	Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)	Количество экземпляров в библиотеке+кафедра; местонахождение электронных изданий
1	2	3
<b>2.2 Периодические издания</b>		
1	<i>Вычислительная механика сплошных сред</i>	<a href="http://www2.icmm.ru/journal/">http://www2.icmm.ru/journal/</a>
2	<i>Вестник ПНИПУ. Механика</i>	<a href="http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/">http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/</a>
<b>2.3 Нормативно-технические издания</b>		
<i>Не предусмотрены</i>		
<b>2.4 Официальные издания</b>		
<i>Не предусмотрены</i>		

## 6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

### 6.2.1. Информационные и информационно-справочные системы

1. Электронная библиотека Пермского национального исследовательского политехнического университета [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных электрон. док., издан. в Изд-ве ПНИПУ] / Перм. нац. исслед. политехн. ун-т, Науч. б-ка. – Пермь, 2016. – Режим доступа: <http://elib.pstu.ru>, свободный. – Загл. с экрана.

2. ProQuest Dissertations & Theses Global [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных : дис. и дипломные работы на ин. яз. по всем отраслям знания] / ProQuest LLC. – Ann Arbor, 2016. – Режим доступа: <http://search.proquest.com/pqdtglobal/dissertations>, по IP-адресам компьютер. сети Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.

3. Электронная библиотека диссертаций РГБ [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных : электрон. версии дис. и автореф. дис. по всем отраслям знания] / [Электрон. б-ка дис.](#) – Москва, 2003-2016. – Режим доступа: <http://diss.rsl.ru>, компьютер. сеть Науч. б-ки Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.

## 7. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

### 7.1. Основное учебное оборудование. Рабочее место аспиранта.

Таблица 4

№ п.п.	Наименование и марка оборудования (стенда, макета, плаката, лабораторное оборудование)	Кол-во ед.	Форма приобретения / владения (собственность, оперативное управление, аренда и т.п.)	Номер аудитории
1	2	3	4	5
1	Персональные компьютеры (локальная компьютерная сеть)	20	Оперативное управление	307, к. А
2	Персональные компьютеры (локальная компьютерная сеть)	17	Оперативное управление	202, к.А

## 8. Фонд оценочных средств

Освоение учебного материала дисциплины запланировано в течение одного семестра. Формой контроля освоения результатов обучения по дисциплине является зачет, проводимый с учетом результатов текущего контроля.

### 8.1. Описание показателей и критериев оценивания, описание шкал оценивания.

Контроль качества освоения дисциплины включает в себя текущий контроль успеваемости и промежуточную аттестацию аспирантов

#### Текущий контроль

Текущий контроль успеваемости обеспечивает оценку освоения дисциплин и проводится в форме собеседования и защиты отчета о творческом задании.

#### Собеседование

Для оценки **знаний** аспирантов проводится собеседование в виде специальной беседы преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной для выяснения объема знаний по определенному разделу, теме, проблеме.

Собеседование может выполняться в индивидуальном порядке или группой аспирантов.

#### Защита отчета о творческом задании

Для оценки **умений и владений** аспирантов используется творческое задание, имеющее нестандартное решение и позволяющее интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения.

Творческие задания могут выполняться в индивидуальном порядке или группой аспирантов.

#### Промежуточная аттестация

Допуск к промежуточной аттестации осуществляется по результатам текущего контроля. Промежуточная аттестация проводится в виде зачетов по дисциплине, в устно-письменной форме по билетам. Билет содержит теоретические вопросы (ТВ) и



практическое задание (ПЗ).

Билет формируется таким образом, чтобы в него попали вопросы и практические задания. Пример билета представлен в приложении 1.

• **Шкалы оценивания результатов обучения при зачете:**

Оценка результатов обучения по дисциплине в форме уровня сформированности компонентов *знать, уметь, владеть* заявленных дисциплинарных компетенций проводится по шкале оценивания «зачтено», «незачтено» путем выборочного контроля во время зачета.

Типовые шкалы и критерии оценки результатов обучения при сдаче зачета для компонентов *знать, уметь и владеть* приведены в табл. 5.

Таблица 5

Шкала оценивания уровня знаний, умений и владений на зачете

Оценка	Критерии оценивания
<i>Зачтено</i>	Аспирант продемонстрировал сформированные или содержащие отдельные пробелы знания при ответе на теоретический вопрос билета. Показал сформированные или содержащие отдельные пробелы <b>знания</b> в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов правильно. Аспирант выполнил контрольное задание билета правильно или с небольшими неточностями. Показал успешное или сопровождающееся отдельными ошибками применение <b>навыков</b> полученных знаний и <b>умений</b> при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов правильно.
<i>Незачтено</i>	При ответе на теоретический вопрос билета аспирант продемонстрировал фрагментарные <b>знания</b> при ответе на теоретический вопрос билета. При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неправильных ответов. При выполнении контрольного задания билета аспирант продемонстрировал частично усвоенное <b>умение</b> и <b>применение</b> полученных навыков при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неточностей.

При оценке уровня сформированности дисциплинарных частей компетенций в рамках выборочного контроля при сдаче зачета считается, что полученная оценка проверяемой в билете дисциплинарной части компетенции обобщается на все дисциплинарные части компетенций, формируемых в рамках данной учебной дисциплины.

Общая оценка уровня сформированности всех дисциплинарных частей компетенций проводится с учетом результатов текущего контроля в виде интегральной оценки по системе оценивания «зачтено» и «незачтено».

Таблица 6

Оценочный лист уровня сформированности дисциплинарных частей компетенций на зачете

Итоговая оценка уровня сформированности дисциплинарных частей компетенций	Критерии оценивания компетенции
<i>Зачтено</i>	Аспирант получил по дисциплине оценку «зачтено»
<i>Незачтено</i>	Аспирант получил по дисциплине оценку «незачтено»

**9. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине**

Задания для текущего контроля и проведения промежуточной аттестации должны быть направлены на оценивание:

1. уровня освоения теоретических понятий, научных основ профессиональной деятельности.
2. степени готовности аспиранта применять теоретические знания и профессионально значимую информацию и оценивание сформированности когнитивных умений.
3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

**10. Типовые контрольные вопросы и задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов освоения дисциплины**

Перечень контрольных вопросов и заданий для сдачи кандидатского экзамена по научной специальности 1.1. «Математика и механика» разработан с учетом научных достижений научно-исследовательской школы кафедры.

**Типовые творческие задания:**

1. Решить стационарную двухмерную задачу теплопроводности методом прогонки и методом Гаусса-Зейделя. Сравнить методы.
2. Произвести аппроксимацию второй производной. Решить задачу теплопроводности по явной и не явной разностной схеме.
3. Решить трехмерную задачу теплопроводности методом конечных элементов

**Типовые контрольные задания:**

1. Конечно-элементная аппроксимация решений систем дифференциальных уравнений.
2. Суть метода конечных элементов. Виды конечных элементов. Дискретизация области.
3. Локальная система координат для одномерного, двухмерного и трехмерного конечного элемента.

Полный комплект вопросов и заданий в форме утвержденных билетов хранится на кафедре «КТЭ».

**Программа**

Технологическая механика полимерных жидкостей

**Кафедра**

Конструирование и технологии в электротехнике

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**ФГАОУ ВО «Пермский национальный**  
**исследовательский политехнический**  
**университет» (ПНИПУ)**

«Численные методы в механике жидкости»

**БИЛЕТ № 1**

1. Суть метода конечных элементов. Виды конечных элементов. Дискретизация области
2. Составить систему дифференциальных уравнений для двухмерной задачи теплопроводности.
3. Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Гаусса-Зейделя.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись)

Труфанова Н.М.

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 202 \_\_\_\_ г.

**Лист регистрации изменений**

<b>№ п.п.</b>	<b>Содержание изменения</b>	<b>Дата, номер протокола заседания кафедры. Подпись заведующего кафедрой</b>
1	2	3
1		
2		
3		
4		